

Процесс решения неравенств и систем неравенств в пакете MathCAD: интерпретация результатов

Величко А.И.,

учитель математики и информатики
МКОУ «Маминская СОШ»

Ключевые слова: неравенство, система неравенств, пакет MathCAD.

Решить неравенство – это значит найти все значения неизвестного, удовлетворяющие данному неравенству. Отыскание решения, по сути, равносильно исследованию поведения функции на всей числовой оси. Для аналитического решения неравенств используется тот же оператор панели Symbolic, что и для решения уравнений – Solve.

Рассмотрим пример решения в MathCAD следующего неравенства:

$$x^2 - 1 \geq 0$$

1. Щелкните мышью в любом месте рабочего поля
2. Введите строку x^2-1
3. Нажмите кнопку \geq на панели инструментов Boolean. В создаваемом блоке появится символ логического неравенства.
4. Введите число 0, чтобы завершить создание неравенства

$$x^2 - 1 \geq 0$$

5. Нажмите кнопку **Solve** на панели инструментов Symbolic
6. В правый маркер введите переменную x , относительно которой ищется решение и нажмите клавишу **Enter**. В блоке появится решение созданного неравенства.

$$x^2 - 1 \geq 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} x \leq -1 \\ 1 \leq x \end{pmatrix}$$

Как вы заметили, MathCAD выдает ответ в несколько отличном от принятого в математике виде, поэтому результат символьного решения неравенства нужно правильно интерпретировать.

Здесь есть несколько правил:

- 1) Оператор Solve возвращает ответ в виде вектора, содержащего элементарные неравенства. Каждое такое неравенство описывает область, в которой решаемое неравенство справедливо. Если одной из границ является бесконечность, то элементарное неравенство будет иметь вид $x > a$ или $x < a$. В стандартном виде это пишется как $x \in (a; \infty)$ или $x \in (-\infty; a)$ (см. пример 1 рис.1).
- 2) Если область замкнута, и ее границам соответствуют значения аргумента a и b , то она будет описана элементарным неравенством вида $(a < x) \cdot (x < b)$. В стандартном виде запись выглядит как $x \in (a; b)$ (см. пример 2 рис.1).
- 3) Если в решение неравенства входит отдельная точка a , то Mathcad использует обозначение $x \leftarrow a$ (см. пример 2 рис.1).

- 4) Если неравенство выполняется *при любых значениях* x , то в качестве ответа программа возвратит сам аргумент x (см. пример 3 рис.1).
- 5) В ответах оператор **Solve** *никогда не использует знак \neq* . Даже, если неравенству не соответствует только одна точка, области решения описываются полностью. В стандартной форме ответ будет $x \neq a$ (см. пример 4 рис.1).
- 6) Нужно следить, используются ли в ответах знаки «<>» и «>» или «<=» и «>=». Если граничная точка входит в область, то в стандартном виде записи используется *квадратная скобка*, если не входит – *круглая*.
- 7) Для объединения областей в одно выражение используется символ « \cup ».
- 8) Полностью доверять символьному процессору MathCAD можно лишь при решении очень простых неравенств, выраженных многочленами или отношением многочленов. Во всех остальных случаях нужно обязательно проверять решение по графику (см. пример 5 рис.1).
- 9) Если в качестве ответа система выдаст громоздкое выражение, его следует попытаться упростить при помощи оператора **Simplify**.

Пример 1
 $x^2 - 1 \geq 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} x \leq -1 \\ 1 \leq x \end{pmatrix}$
 Ответ в стандартной форме: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$

Пример 2
 $\frac{x^2(2x-9)(x-1)^3}{(x+4)^5(2x-6)^4} \leq 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} x < -4 \\ (x \leq 0) \\ (1 \leq x) \cdot (x < 3) \\ (3 < x) \cdot (x \leq \frac{9}{2}) \end{pmatrix}$
 Ответ в стандартной форме: $x \in (-\infty; -4) \cup 0 \cup [1; 3) \cup (3; 4.5]$

Пример 3
 $x^2 + x + 1 > 0 \text{ solve, } x \rightarrow x \leftarrow x$
 Ответ в стандартной форме: $x \in \mathbb{R}$

Пример 4
 $\frac{1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2}{x^3 - 8} \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} x < 2 \\ 2 < x \end{pmatrix}$
 Ответ в стандартной форме: $x \neq 2$

Пример 5 Неверное решение неравенства
 $\frac{\sqrt{x-3}}{x-2} > 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} x < 2 \\ 9 < x \end{pmatrix}$

Первая область решения найдена некорректно, так как в выражении извлекается корень из x . Следовательно x должен быть больше либо равен нулю.
 Верный ответ будет: $x \in [0; 2) \cup (9; \infty)$
 В этом можно убедиться, построив график

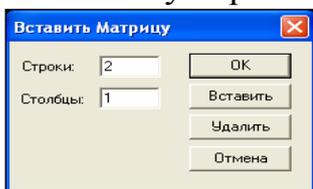
рисунок 1

В наиболее простых случаях при помощи оператора **Solve** можно решить и систему неравенств. Для этого неравенства в системе MathCAD следует объединить в вектор.

Решим в MathCAD следующую систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x+4}{2x-3} > 0 \\ \frac{1}{x-1} < 0 \end{cases}$$

1. Нажмите кнопку  на панели инструментов Matrix. Появится диалоговое окно Вставить матрицу. Введите в поле Строки число 2, соответствующее количеству неравенств системы, в поле Столбцы число 1.



2. Нажмите ОК. На экране появится шаблон вектора.

$$\begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$$

3. Заполните маркеры в шаблоне соответствующими неравенствами системы

$$\begin{pmatrix} \frac{x+4}{2x-3} > 0 \\ \frac{1}{x-1} < 0 \end{pmatrix}$$

4. Нажмите кнопку **Solve** на панели инструментов Symbolic
5. В правый маркер введите переменную x, относительно которой ищется решение
6. Нажмите клавишу **Enter**. В блоке появится решение созданного неравенства.

$$\begin{pmatrix} \frac{x+4}{2x-3} > 0 \\ \frac{1}{x-1} < 0 \end{pmatrix} \text{ solve, } x \rightarrow x < -4$$

Ответ в стандартном виде: $x \in (-\infty; -4)$

Надо отметить, что в случае сложных неравенств MathCAD не справляется с поиском совместного решения системы неравенств. В этой ситуации нужно действовать так: искать решение каждого неравенства как независимого, а затем находить общие для всех решений области.

Список литературы

1. Гурский Д. Вычисления в MathCAD. – Мн.: Новое знание, 2003. - 395с.: ил.
2. Гурский Д., Турбина Е. MathCAD для студентов и школьников. Популярный самоучитель. – СПб.: Питер, 2005. - 400с.: ил.
3. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. MathCAD 8 PRO в математике, физике и Internet. - М.: “Нолидж”, 2000. - 512 с.: ил.
4. Кудрявцев Е.М. MathCAD 11: Полное руководство по русской версии. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 592 с.: ил.